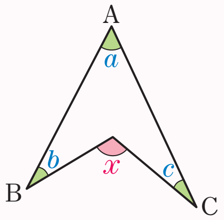
おもしろ自由研究

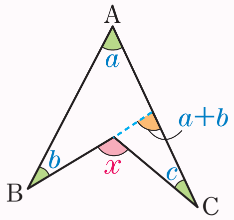
4 複雑な図形の角の和を求めよう

三角形の内角の和や外角を利用して，いろいろな角の和を求めてみよう。

① 多角形の内部に入り組んだ図形の角の和

◎$\angle x$ を $\angle a$，$\angle b$，$\angle c$ で表してみよう。（3つの角を1つに集めよう。）



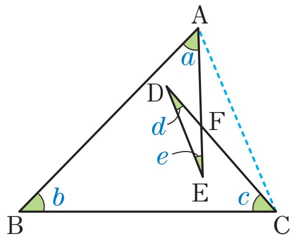


左の図のように線をひくと，
三角形の外角より，
$\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$

この関係を利用して，下の（1）の角の和を求めることもできる。

この関係より，
$\angle$AFC$= \angle a + \angle b + \angle c$
また，$\angle$DFE$=\angle$AFC
（対頂角で等しい。）
よって，
$\angle$DFE$= \angle a + \angle b + \angle c$
△DEFの内角の和は，
$\angle d + \angle e + \angle$DFE
$= \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$
$=180°$

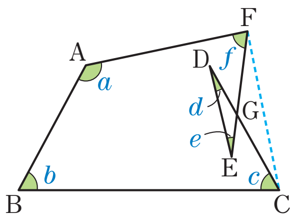
（1）$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ を求める。



AとCを結んでみる。
△DEFで，$\angle d + \angle e + \angle$DFE$=180°$
△AFCで，$\angle$FAC$+\angle$FCA$+\angle$AFC$=180°$
$\angle$DFE$=\angle$AFC（対頂角で等しい。）
よって，$\angle d + \angle e = \angle$FAC$+\angle$FCA
$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$
$= \angle a + \angle b + \angle c + \angle$FAC$+\angle$FCA$=\boxed{180°}$

三角形の内角の和
180°

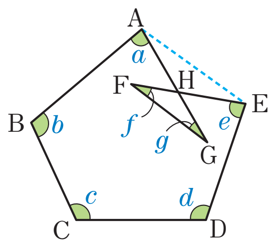
（2）$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$ を求める。



FとCを結んでみる。
（1）と同様にして，$\angle d + \angle e = \angle$GFC$+\angle$GCF
$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$
$= \angle a + \angle b + \angle c + \angle$GFC$+\angle$GCF$+\angle f$
$=\boxed{360°}$

四角形の内角の和
180°×（4−2）

（3）$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g$ を求める。



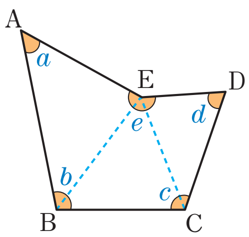
AとEを結んでみる。
（1）と同様にして，$\angle f + \angle g = \angle$HAE$+\angle$HEA
$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g$
$= \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle$HAE$+\angle$HEA
$=\boxed{540°}$

五角形の内角の和
180°×（5−2）

② 多角形の内角の和の利用

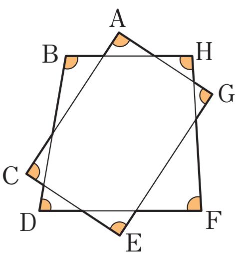
（1）～（3）の図形の角の和を求めよう。

（1）



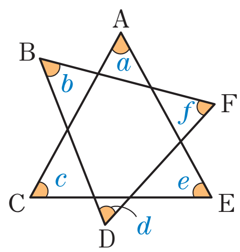
EとB，EとCを結ぶ。
$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ は，
3つの三角形の内角の和となる。
180°×3＝540°

（2）



四角形ACEGと四角形BDFHが
重なっていると考える。
360°＋360°＝720°

（3）



△ACEと△BDFが重なって
いると考える。
$\angle a + \angle c + \angle e = 180°$
$\angle b + \angle d + \angle f = 180°$
180°＋180°＝360°